情報通信システム実験第一/第二 電子情報システム実験第一/第二 情報通信工学実験 A B

マイクロ波導波管実験



Ver. 5.4 (2017年9月)

目 次

はじ	めに.	• • • •					2					
1.	1. 基礎事項											
1.1	1 分布定数回路における基礎方程式とその解											
1.2	.2 反射係数とインピーダンス整合											
1.3	.3 定在波											
1.4	.4 自由空間中の電磁波の伝搬											
1.5	1.5 導波管中の電磁波の伝搬											
1.6	1.6 スミス図 (Smith Chart)											
1.7	1.7 送信アンテナの指向性											
1.8	8 電力利得											
1.9 送信アンテナと受信アンテナの可逆性(相反定理)												
2.	実験装		24									
	А	:	ガン発振器電源	В	:	ガン発振器						
	\mathbf{C}	:	ローパスフィルタ	D	:	可変減衰器						
	Ε	:	周波数計	F	:	定在波測定器						
	G	:	定在波増幅器	Н	:	可動スタブチューナ						
	Ι	:	無反射終端	J	:	送信用ホーンアンテナ						
	Κ	:	受信用ホーンアンテナ	L	:	金属反射板						
	М	:	電波吸収ブロック									
3.	実験項	目.					29					
3.1	実験1		29									
3.2	2 実験2:管内波長の測定と導波管内伝搬モードの決定											
3.3	; 実験3:負荷インピーダンスの測定											
3.4	4 実験4:自由空間波長の測定											
3.5	.5 実験5:受信アンテナの指向性の測定											
3.6	実験 6	:ž	を信アンテナの指向性の測定	Ĩ			36					
3.7	実験 7	: フ	アンテナ開口幅と指向性に関	する測	定		37					
3.8	実験 8	: フ	シテナ相対利得の測定				38					
参考	図書.						39					

はじめに

マイクロ波とはある周波数範囲の電磁波につけられた呼称である。しかしその範囲は漠然としていて国際的に共通するものは無く,通常は波長が1m以下のものを指す呼び名とされている。ここでは300 MHz~30 GHz のものをそう呼ぶことにする。したがって,自由空間波長が1cm~1mの間の電磁波ということになる。

マイクロ波は通信分野やレーダなどの計測分野に広く用いられているが、その主な理由は、通信 においては周波数が高いほど多くの情報、または複雑な情報を伝送できるからであり、レーダにお いては狭いパルスの送信ができるので精密な計測が可能になるからである。しかし実用面におい ては困難な点もあり、その一つは、周波数が高いと電気回路の大きさがその中を伝わる信号の波長 に比べて無視できなくなるため、抵抗、インダクタンス、コンダクタンス、キャパシタンスなどの パラメータが定数として1点に集中していると見なすことができず、それら回路定数が線路上に分 布しているとして扱う分布定数回路の考え方が必要となってくることである。また、低い周波数で あれば平行2線を利用しても線路導体の全断面を利用した伝送が可能であるが、マイクロ波のよ うな高周波では表皮効果によって電流が導体表面に集るために損失が大きくなり、さらに途中で電 磁エネルギーを空間に輻射して減衰することにもなり、単純な線路では伝送の目的が達せられなく なる。そこで、マイクロ波の伝送には同軸や導波管が線路として用いられる場合が多い。

この実験では、10 GHz帯方形導波管 (WRJ-10) をベースとした装置を使用してマイクロ波の伝送に関する基礎的、応用的実験を行い、マイクロ波技術の理解を深めることを目的としている。

この実験の背景として知っておくべき事項のほとんどはこれまでの授業で修得してきた内容で あるが、一部はカリキュラム編成の都合から初めてのものもある。そこで第1章では、必要とされ る基礎事項の中のとくに不足していると思われる事柄について、かなり丁寧にまとめている。参考 書等も利用して自学自習し、なお不明な点は担当教員やTAに助言を求め理解しておくように。

第2章にはこの実験で使用する機材の構成と大まかな説明がされている。いずれも精密な機器な ので注意深い扱いを心掛けてもらいたいが、基本的には、それぞれの測定原理に基づいて操作を行 えば問題は生じないはずである。その意味からも第1章の基礎事項を十分理解しておいて欲しい。

第3章にこの実験の課題を示す。全部で8つの項目が設定されており、それぞれ、目的と実験方法、吟味・考察課題が示されている。

4週にわたる授業日のうち、具体的な実験は前の2週に行われる。その基本的スケジュールは、

- 1週目:実験1-発振周波数の測定
 - 実験2-管内波長の測定と導波管内伝搬モードの決定
 - 実験3-負荷インピーダンスの測定
- 2週目:実験4-自由空間波長の測定
 - 実験5-受信アンテナの指向性の測定
 - 実験6-送信アンテナの指向性の測定
 - 実験7-アンテナ開口幅と指向性に関する測定
 - 実験8-アンテナ相対利得の測定

のように進めることを推奨する。第1週は、マイクロ波の導波管内の伝搬から、閉じこめられた空間内での波動のモードとその空間内の波長の存在を理解する。次に、進行波と反射波の干渉による 定在波の特性を利用して、伝送線路の負荷のインピーダンスの決定とその反射係数の意味を理解 する。第2週は、マイクロ波を空間に放射し、これを受信することにより、マイクロ波の空間伝搬 の理解と波動の重要な特性である反射・散乱・回折・偏波・指向性について理解を深める。もちろ ん,測定や結果の処理が順調になされ理解も十分深まっているので先の項目に進みたいという場 合にはこの限りでない。さらに、設定された項目以外に自分で課題を作って実験を行っても構わな い。これとは逆に、測定や処理が思う程には進行せず上記スケジュールに遅れの出る場合があるか も知れない。しかし設定された8項目は全て必須課題であるから、2週間のうちには遅れを取り戻 して全項目を完遂するように。

また,実験日には,全員必ず,「電卓」,「1 mm マス目方眼紙」,「丸型 (極座標) グラフ用紙」(第 2週)を持参すること。(パソコンを利用しても良い)

3週目は中間レポートを提出する。また、受講者全員で課題発表を行う。マイクロ波の特性から 理解できる波動の特性およびマイクロ波測定の固有の問題について、実際の測定結果および課題 を利用してグループ毎に発表を行い、実験で理解できなかった点について補足をする。各実験グ ループに対して、発表すべき実験項目と課題は2週目終了時までに教員から指示される。発表に際 しては必ず ppt 資料 (プレゼン用の PC を用意します)を用意すること。1人当たり10分程度の 発表と数分の質疑が行われる予定である。中間レポートは最終レポートのつもりで、データの整 理、結果の考察、および課題について記載する(理解できない課題についても、できる限り記載す る)。中間レポートは、内容のチェックの後、第3週の実験日に各人に返却するので、これに課題 および実験結果の不十分な点の補足を付け足し、最終レポートとする。

4週目に最終レポートを提出する。また,提出したレポートについて講評する。レポートは8つ の実験項目すべてについて,「目的,測定機材,測定原理,生データ,処理データ,結果,吟味,考 察,課題処理結果」を述べること。提出の際には担当者のチェックを必ず受けること。レポートの 体をなしていないもの,すべての課題が処理されていないものは受け付けない。

この実験項目は、4週全てに出席して実験、課題発表に参加し、レポートを提出し受理されることをもって修了する。成績評価は、

1. 実験履修態度と達成度

2. 課題発表の内容,態度,質疑応答の適正さ

3. 中間レポートチェックの結果、および

4. 最終レポートの内容

を総合して行う。

1. 基礎事項

1.1 分布定数回路における基礎方程式とその解

マイクロ波の伝送を扱う場合には、回路の大きさが波長に比べて無視できなくなるので、分布定 数回路の考え方を用いなければならない。そこでまず、分布定数回路における基礎方程式を確認し

ておく。この実験では導波管を用いて伝送を行っており、一般 に導波管内には後で述べるようないろいろなモードの波があ る。しかし、単一モードの伝送について考える場合には、往 復2本の導線を流れる交流の場合と同じ形の取り扱いが可能 である。ここでは2本の平行導線をイメージして伝送理論を 考えることにする。いま図 1.1(a) のように,x 軸に沿う2本 の導線間に電圧 V(x,t) がかかり, 電流 I(x,t) が往復して流 れているとする。そして、その回路の単位長さ当たりの抵抗、 インダクタンス、コンダクタンス、キャパシタンスを、それ ぞれ $R[\Omega/m]$, L[H/m], G[S/m], C[F/m] とする。回路 定数が線路の長さ方向に分布した状態を扱うので、回路上の 電圧、電流は時間と場所の関数となっている。この回路を微 小区間に区切って考えると、区間 dx での回路定数は図 1.1(b) のように見なすことができ, x の場所の電圧 V(x,t) と x + dxの場所の電圧 $V(x,t) + (\partial V/\partial x) dx$ の差は, 電圧平衡の法則 から dx 区間の抵抗 Rdx とインダクタンス Ldx による電圧 降下に等しいので,



$$V - \left(V + \frac{\partial V}{\partial x}dx\right) = (Rdx)I + (Ldx)\frac{\partial I}{\partial t}$$
(1.1)

となり、また、xの場所の電流 I(x,t) と x + dxの場所の電流 $I(x,t) + (\partial I/\partial x)dx$ の差は、電流連続の法則から dx 区間のコンダクタンス Gdx とキャパシタンス Cdx に流れる電流に等しいので、

$$I - \left(I + \frac{\partial I}{\partial x}dx\right) = (Gdx)V + (Cdx)\frac{\partial V}{\partial t}$$
(1.2)

となる。したがって、式(1.1)と式(1.2)より、分布定数回路の基礎方程式として

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = RI + L\frac{\partial I}{\partial t}, \qquad -\frac{\partial I}{\partial x} = GV + C\frac{\partial V}{\partial t}$$
(1.3)

が得られる。信号の角周波数を ω として時間依存性を $\exp(j\omega t)$ の形で複素数表示すると (^{脚注)},式 (1.3) における時間微分 $\partial/\partial t$ は $j\omega$ に置き換えられて,

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = (R + j\omega L)I, \qquad -\frac{\partial I}{\partial x} = (G + j\omega C)V \qquad (1.4)$$

となる。直列インピーダンスを $Z = R + j\omega L$, 並列アドミッタンスを $Y = G + j\omega C$ とすれば, 基礎方程式は, 結局,

⁽注) 例えば $V(x,t) = V(x) \exp(j\omega t)$ とすることを意味している。このとき右辺の V(x) は時間に関係しない量で フェーザと呼ばれている。以降では、繁雑さを避けるために V(x,t) と V(x) を区別しないで V と表記する。 電流 I についても同様である。

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -ZI, \qquad \frac{\partial I}{\partial x} = -YV$$
(1.5)

となり、これが分布定数回路内の電圧、電流分布を与える式である。

式(1.5)において、その片方の式を x で微分し、その結果に他方の式を代入して整理するという 手続きを行うと、

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \gamma^2 V, \qquad \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \gamma^2 I \qquad (\gamma = \sqrt{ZY})$$
(1.6)

が得られる。これは波動方程式で、電圧、電流が線路上の場所 x に依存して位相変化し、空間的 に波動の形で存在することを意味している。

波動方程式 (1.6) の特殊解は $\exp(-\gamma x)$ と $\exp(\gamma x)$ に比例した形となるので、一般解はそれらの線形結合によって、

$$V = A \exp(-\gamma x) + B \exp(\gamma x), \qquad I = C \exp(-\gamma x) + D \exp(\gamma x) \qquad (1.7)$$

の形に表される。*A*, *B*, *C*, *D* は積分定数であるがすべてが独立ではなく,例えば式(1.7)の第一式 を x で微分して式(1.5)の第一式を適用し,結果を式(1.7)の第二式と比較すれば,

$$C = \sqrt{\frac{Y}{Z}}A, \qquad D = -\sqrt{\frac{Y}{Z}}B \qquad (1.8)$$

であることがわかる。この式 (1.18) それぞれの右辺に現われた定数係数は回路定数 $Z \ge Y$ のみに依存しており、その逆数、

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$
(1.9)

は線路の特性インピーダンス,あるいは波動インピーダンスと呼ばれる線路固有の量である。さら に、γは伝搬定数と呼ばれ,通常は複素量となる。それを

$$\gamma = \alpha + j\beta \tag{1.10}$$

と表したとき、実部 α は距離に対する振幅減衰の割合を表していて減衰定数と呼ばれ、虚部 β は 距離とともに位相が変化する割合を表す位相定数と呼ばれている。この位相定数 β がわかれば、波 長は $\lambda = 2\pi/\beta$,位相速度は $V_p = \omega/\beta$ と求めることができる。さらに、式 (1.7)で示した一般解 は伝搬定数 γ に正負の符号をつけた 2 つの項で表現されているが、それぞれの右辺第一項は x 座 標の正方向へ位相伝搬する前進波を、逆に第二項は x 座標の負方向へ位相伝搬する後進波を表し ている。したがって、A, C は前進波の振幅を、B, D は後進波の振幅を表していることになる。伝 送線路中でのこの前進波、後進波 2 つの波の存在は、具体的には次のような意味を持つ。図 1.2 の ように、送電端からの信号が特性インピーダンス Z_0 の伝送線路で負荷インピーダンス Z_L の受電

端に給電されている状況を考えよう。 このような場合には,送電端から受電 端に向って送られた入射波と受電端で 一部反射して送電端方向に戻る反射波 の2つの波が伝送線路中に存在する可 能性がある。いま,図1.2のように受電 端を座標原点として送電端方向にx軸 をとると,式(1.7)で示した後進波が入 射波に,前進波が反射波に相当する。し たがって,入射波のx = 0(受電端)で の電圧,電流を V_i , I_i とし,反射波の同



じく x = 0 での電圧,電流を V_r , I_r とすると,線路上の任意の場所 x での電圧,電流は,

$$V(x) = V_i \exp(\gamma x) + V_r \exp(-\gamma x), \qquad I(x) = I_i \exp(\gamma x) + I_r \exp(-\gamma x) \qquad (1.11)$$

となる。 $V_i \ge I_i$, $V_r \ge I_r$ の間には式 (1.8) と同様の関係があり、特性インピーダンス Z_0 を用いて表すと、

$$\frac{V_i}{I_i} = -\frac{V_r}{I_r} = Z_0 \tag{1.12}$$

となる。さらに、受電端 (負荷; x = 0) での電圧 V_L , 電流 I_L は式 (1.11) より、

$$V_L = V_i + V_r, \qquad I_L = I_i + I_r$$
 (1.13)

なので、この式と式 (1.12) の関係から、入射波、反射波の振幅 V_i , I_i , V_r , I_r は、

$$V_i = \frac{1}{2}(V_L + Z_0 I_L), \qquad I_i = \frac{1}{2Z_0}(Z_0 I_L + V_L)$$
(1.14)

$$V_r = \frac{1}{2}(V_L - Z_0 I_L), \qquad I_r = \frac{1}{2Z_0}(Z_0 I_L - V_L)$$
(1.15)

のように受電端の電圧,電流で表現できる。この (1.14), (1.15) 式で式 (1.11) を書き直すと,線路 上の任意の場所 x での電圧,電流は,

$$V(x) = V_L \cosh(\gamma x) + Z_0 I_L \sinh(\gamma x), \qquad I(x) = I_L \cosh(\gamma x) + \frac{V_L}{Z_0} \sinh(\gamma x) \qquad (1.16)$$

となる。ここで、cosh, sinh は双曲線関数であり次式で定義されている。

$$\cosh(z) = \frac{\exp(z) + \exp(-z)}{2}, \qquad \sinh(z) = \frac{\exp(z) - \exp(-z)}{2}$$
 (1.17)

通常,電圧,電流が線路を波として伝搬して行く現象を扱うときには先の式(1.11)のような指数関数表現がよく用いられ,送電端または受電端における境界条件を用いて線路上の電圧,電流分布を調べようとするときには式(1.16)のような双曲線関数表現が利用されている。

1.2 反射係数とインピーダンス整合

次に,線路上の任意の場所での電圧反射係数 $\Gamma(x)$ を定義しよう。反射係数は入射波に対する反 射波の比で与えられるから,式 (1.11) より,

$$\Gamma(x) = \frac{V_r \exp\left(-\gamma x\right)}{V_i \exp\left(\gamma x\right)} = \frac{V_r}{V_i} \exp\left(-2\gamma x\right)$$
(1.18)

である。また,式(1.14),(1.15)より,

$$\frac{V_r}{V_i} = \frac{V_L - Z_0 I_L}{V_L + Z_0 I_L} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$
(1.19)

であるから,結局,反射係数 Γは

$$\Gamma(x) = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \exp(-2\gamma x)$$
(1.20)

となる。ここでは負荷インピーダンス $Z_L = V_L/I_L$ の関係を使用している。これらのことからわ かるように、受電端 (x = 0) での反射係数 $\Gamma(0) = \Gamma_L$ は

$$\Gamma_L = \frac{V_r}{V_i} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$
(1.21)

で与えられる。この式は $Z_L = Z_0$ のときのみ $\Gamma_L = 0$ であって, $Z_L \neq Z_0$ ならば受電端で反射が 起こるということを示している。反射が起こるということは、送電端から受電端に送った信号 (エ ネルギー)の少なくとも一部は受電端に入らず戻ってしまうことを意味しており、これは損失であ る。したがって、この損失を極力抑えるためには負荷インピーダンス Z_L と特性インピーダンス Z_0 の差をできるだけ小さくしてやる必要がある。その理想的極限 $Z_L = Z_0$ の状態をインピーダン ス整合と言う。

1.3 定在波

式 (1.21) の受電端反射係数 Γ_L を用いて式 (1.11) の電圧,電流を再度書き直してやると,

$$V(x) = V_i \exp(\gamma x) \left[1 + \frac{V_r}{V_i} \exp(-2\gamma x) \right] = V_i \exp(\gamma x) \left[1 + \Gamma_L \exp(-2\gamma x) \right]$$
(1.22)

$$I(x) = I_i \exp(\gamma x) \left[1 + \frac{I_r}{I_i} \exp(-2\gamma x) \right]$$

= $I_i \exp(\gamma x) \left[1 - \frac{V_r}{V_i} \exp(-2\gamma x) \right] = I_i \exp(\gamma x) [1 - \Gamma_L \exp(-2\gamma x)]$ (1.23)

となる。反射係数をその大きさと位相角でもって,

$$\Gamma_L = |\Gamma_L| \exp\left(j\phi\right) \tag{1.24}$$

図1.3 伝送線路上の電圧の振幅分布

と表し、さらに伝送線路が無損失で減衰定数 α が0 であるとすると、電圧、電流は、

$$V(x) = V_i \exp{(j\beta x)} [1 + |\Gamma_L| \exp{\{-j(2\beta x - \phi)\}}]$$
(1.25)

$$I(x) = I_i \exp{(j\beta x)} [1 - |\Gamma_L| \exp{\{-j(2\beta x - \phi)\}}]$$
(1.26)

となる。ここで電圧(式(1.25))の振幅に注目すると、

$$|V(x)| = |V_i|\sqrt{1 + |\Gamma_L|^2 + 2|\Gamma_L|\cos(2\beta x - \phi)}$$
(1.27)

となり,図示すると図1.3のような変化となる。その電圧変動の極大値 Vmax や極小値 Vmin は,

$$V_{max} = |V_i|(1 + |\Gamma_L|)
 V_{min} = |V_i|(1 - |\Gamma_L|)
 (1.28)
 (1.28)
 (1.28)
 (V(x))
 (V_{max})
 (V_{max})$$

$$\left. \begin{array}{l} 2\beta x_{max} = \phi + 2n\pi \\ 2\beta x_{min} = \phi + (2n+1)\pi \end{array} \right\}$$
 (1.29)

P

から決定され、伝搬定数と反射係数の位相角に依存している。このことからもわかるように、この 波形は、線路上に入射波と反射波という周波数も伝搬定数も同一の2つの波が存在し、それらが干 渉することによって生じている。その振幅変化は、図1.3に見るように空間的に固定されているの で、定在波または定常波と呼ばれている。

式 (1.28) で示した V_{max} と V_{min} の比は電圧定在波比 (Voltage Standing Wave Ratio; VSWR; ρ) と呼ばれ,

$$\rho = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$
(1.30)

となって、反射係数の大きさと結びついている。これを逆に解けば、

$$|\Gamma_L| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} \tag{1.31}$$

ということである。

1.4 自由空間中の電磁波の伝搬

電磁波を記述する基礎方程式は、いうまでもなくマクスウェルの方程式である。

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \qquad (\boldsymbol{\mathcal{T}} \sim \boldsymbol{\mathcal{T}} \cdot \boldsymbol{\mathcal{T}} \boldsymbol$$

$$abla imes \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$
 (ファラデーの法則) (1.33)

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho$$
 (ガウスの法則) (1.34)

$$abla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$
 (磁東密度に関するガウスの法則) (1.35)

具体的な問題に応用するには, さらに補助方程式として,

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{E} \qquad (\boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\delta} \boldsymbol{\epsilon} \boldsymbol{\omega}) \tag{1.37}$$

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{H} \qquad (\boldsymbol{\mu} : \boldsymbol{\mathfrak{K}} \boldsymbol{\mathfrak{K}} \boldsymbol{\mathfrak{R}}) \tag{1.38}$$

の構成関係式を必要とする。式 (1.32) ~ (1.38) 中の各変数の意味は通常のものであり説明は省略する。ところで先にも述べたように、交流理論では角周波数 ω で正弦振動している電圧、電流を

$$V = V_0 \exp(j\omega t), \qquad I = I_0 \exp(j\omega t)$$
(1.39)

のように表示するのが常套手段である。同様に、電磁波を扱う場合にも

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 \exp\left(j\omega t\right), \qquad \boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_0 \exp\left(j\omega t\right) \tag{1.40}$$

のように複素数表示したほうが便利である。これにより時間微分を $j\omega$ の積で表現することができて、式 (1.32), (1.33) は、

$$\nabla \times \boldsymbol{H}_0 = (\sigma + j\omega\varepsilon)\boldsymbol{E}_0 \tag{1.41}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E}_0 = -j\omega\mu\boldsymbol{H}_0 \tag{1.42}$$

となる。ここでは式 (1.36) ~(1.38) の構成関係式も利用しており、また時間項 $\exp(j\omega t)$ は省略してある。

いま自由空間中の平面波を考えると、 $\sigma = 0$, $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$ であるから、式 (1.41), (1.42) は

$$\nabla \times \boldsymbol{H}_0 = j\omega\varepsilon_0 \boldsymbol{E}_0 \tag{1.43}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E}_0 = -j\omega\mu_0 \boldsymbol{H}_0 \tag{1.44}$$

となる。そして,式(1.43)の回転(∇×)を計算し,結果に式(1.44)を適用すると,

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{H}_0) = j\omega\varepsilon_0 \nabla \times \boldsymbol{E}_0 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \boldsymbol{H}_0$$
(1.45)

となり、さらに、ベクトル公式 $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ と式 (1.35)の関係を利用すると、

$$(\nabla^2 + k_0^2) \boldsymbol{H}_0 = 0 \qquad (\hbar \hbar \boldsymbol{\varepsilon} \cup k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0) \qquad (1.46)$$

が得られる。これは同次ヘルムホルツ方程式 (homogeneous Helmholtz equation) と呼ばれる微分 方程式で,波動方程式そのものである。式 (1.44) についても同様の操作を行い,さらに考えている のは自由空間中なので $\rho = 0$ であることを考慮すると,電界についても,

$$(\nabla^2 + k_0^2) \boldsymbol{E}_0 = 0 \tag{1.47}$$

と、全く同じ形の波動方程式が得られる。 $k_0^2 = \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_0$ であることに留意すると、波動方程式(1.46)、(1.47)の一般解は、

$$\boldsymbol{H}_{0} = \boldsymbol{H}_{01} \exp\left(-j\boldsymbol{k}_{0} \cdot \boldsymbol{r}\right) + \boldsymbol{H}_{02} \exp\left(j\boldsymbol{k}_{0} \cdot \boldsymbol{r}\right)$$
(1.48)

$$\boldsymbol{E}_{0} = \boldsymbol{E}_{01} \exp\left(-j\boldsymbol{k}_{0} \cdot \boldsymbol{r}\right) + \boldsymbol{E}_{02} \exp\left(j\boldsymbol{k}_{0} \cdot \boldsymbol{r}\right)$$
(1.49)

となり、時間項 $\exp(j\omega t)$ を復活させると、

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_{01} \exp\left[j(\omega t - \boldsymbol{k}_0 \cdot \boldsymbol{r})\right] + \boldsymbol{H}_{02} \exp\left[j(\omega t + \boldsymbol{k}_0 \cdot \boldsymbol{r})\right]$$
(1.50)

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_{01} \exp\left[j(\omega t - \boldsymbol{k}_0 \cdot \boldsymbol{r})\right] + \boldsymbol{E}_{02} \exp\left[j(\omega t + \boldsymbol{k}_0 \cdot \boldsymbol{r})\right]$$
(1.51)

となる。それぞれ右辺第1項は、時間とともに位置ベクトル rの増加する方向に進む波、すなわち前進波を表し、第2項は逆方向に進む波、後進波を表している。そして、指数関数の引数として現われる $\omega t - \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} \approx \omega t + \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}$ は波の位相と呼ばれ、 ω が時間軸でみた角周波数であるのに対して、 \mathbf{k}_0 は空間的な位相繰り返し頻度を表す空間角周波数となり、波数ベクトルと呼ばれている。

そのベクトル方向は位相の伝搬方向を示して いる。

式 (1.50), (1.51) で表される波動界の前進波 成分に注目し, それらを元のマクスウェルの 方程式に代入し整理すると,

$$\boldsymbol{k}_0 \times \boldsymbol{H} = -\omega \varepsilon_0 \boldsymbol{E} \tag{1.52}$$

$$\boldsymbol{k}_0 \times \boldsymbol{E} = \omega \mu_0 \boldsymbol{H} \tag{1.53}$$

$$\boldsymbol{k}_0 \cdot \boldsymbol{E} = 0 \tag{1.54}$$

$$\boldsymbol{k}_0 \cdot \boldsymbol{H} = 0 \tag{1.55}$$



の関係が得られる。これらは、電界ベクトル E、磁界ベクトル H、波数ベクトル k_0 が互いに直 交していて、この順に右手系を成すことを示している。いま、伝搬方向 (k_0 方向)を z軸正方向に とり電界 E の振動方向を x軸方向とすれば、磁界 H は y軸方向の振動となり、図 1.4 に示すよ うな様相となる。このような、電磁界成分が常に波数ベクトル (伝搬方向)に対して直角方向にあっ て伝搬方向の成分を持たない電磁波の形態を TEM 波という。また、式 (1.52) または (1.53) の大き さのみに注目すると、

$$\frac{|\boldsymbol{E}|}{|\boldsymbol{H}|} = \frac{|\boldsymbol{k}_0|}{\omega\varepsilon_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$
(1.56)

の関係が得られ、電界と磁界の振幅比が媒質定数のみで決まっていることがわかる。電界の単位 が [V/m]、磁界の単位が [A/m] であることを思い起こせば、その比の単位は抵抗 [Ω] となる。この ことから、式 (1.56) で示される $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ は媒質の電波インピーダンス、または固有インピー ダンスと呼ばれている。自由空間では 120 π [Ω] の値である。

1.5 導波管中の電磁波の伝搬

周波数が高くなると、線状の給電線で伝送していたので は(1)表皮効果によって高周波抵抗が増し損失が増える、 (2)同軸線路などでは誘電体材料による誘電損失が増える、 (3)線路からの不整放射が生じやすい、等の理由から導波管 が給電線路として使用される。その断面形状は、方形、円 形、楕円形などいろいろあるが、ここでは取り扱いが簡単 な図1.5に示すような方形導波管について説明する。

導波管の壁は良導体で作られているので、管内の電磁界は、(1)電界は壁面でそれに平行な接線成分が0となる、(2)

磁界は壁面でそれに垂直な成 分が0となり接線成分は極 値をとる,という2つの境界 条件を満足しなければならな い。これら境界条件を電気力 線や磁力線の分布を用いて図 1.6に示す。添え字t,nはそ れぞれ導体表面に対する接線 成分,垂直成分を表す。この 条件を満たしながら導波管内



部を伝搬する波の形態にはいろいろなものがある。その形態をモードという。導波管の軸方向に は電界成分が無く、それと直角方向にだけ成分を持つ形態のものを TE モード(または H 波)とい い、軸方向の電界成分は有るが磁界成分が無く、磁界は軸に直角な方向の成分だけというものを TM モード(または E 波)という。方形導波管内を伝わる基本波は図 1.7 に示すような電磁界分布を している TE₁₀ モードと呼ばれる波である。この基本モードがどうしてこの様な電磁界分布になる のかを次に考えてみる。

完全導体表面での電波の反射には、「入射波と反射波の振幅の大きさは等しいが電界の位相は逆 になる」という性質がある。導波管壁面での境界条件はこの反射の機構で満足されている。した がって導波管内部では、この入射波と反射波に対応する2つの平面波が重なり合うことで、管内特



図 1.5 方形導波管



有の電磁界分布をつくっていると考 えられる。図 1.8 を参照しながら, z軸方向に対して角度 θ だけ傾いて 自由空間を交差しながら伝搬する2 つの平面波 W₁, W₂ を考えてみる。 図中の太い白抜きの矢印がおのおの の平面波の進行方向を示し、一点鎖 線および点線が xz 面内にある振動 磁界 H の振幅の大きさの、それぞ れ最大になる波面, ゼロになる波面 を表すものとする。y軸方向にある 電界成分 E も振幅に関しては同じ とする。言うまでもなく隣り合う同 一線種の平行線の間隔は自由空間波 長の $1/2(\lambda_0/2)$ である。この互いに 交差して進む平面波の合成電磁界を



次に考える。

- ・図中のO点では、両波の磁界成分は共にゼロであるから、その合成ベクトルもゼロ、電 界成分についても同じである。
- ・A点では、2つの磁界成分が共に振幅の山頂点にあたるので、合成ベクトル H_Aは -x方 向を向く。電界は両波共に -y 方向だから、その合成ベクトルも -y 方向となって大き さは2倍となる。
- ・ B 点では、合成磁界 H_B は -z 方向を向き、電界は両波が互いに逆向きの最大値となる ので打ち消しあってゼロとなる。
- ・ C 点と D 点では、それぞれ x 方向の合成磁界 H_C 、z 方向の合成磁界 H_D ができ、合 成電界の方はC点ではy方向に元の最大値の2倍のものができ、D点では打ち消しあっ てゼロとなる。

その他の各点でも同じようにベクトル合成を行うと, xz 面内にできる合成磁界については図中の 太い破線で示されるようなループ状の磁力線が描ける。合成電界の分布は、A 点における紙面向こ

う向き、C 点における紙面手前向き、そして B, D 点でのゼロしか示されていないが、他の場所においても容易に想像できるであろう。

自由空間中の2つの平面波の合成を考えてきたが、いまその合成波の中へ、例えば y = 0 と y = bの位置に2枚の導体板を置いても、それらが電界ベクトルに垂直な面であることからなんの 影響も無い。次に、図中の M - M'と N - N'のところに y 軸に平行に間隔 a で2枚の導体板を置 くと、その表面での合成電磁界は先ほど述べた2つの境界条件を満足しているので、これも影響 ない。したがって、断面が長辺 (x 軸) a、短辺 (y 軸) b である方形導波管内部の電磁界分布は図 1.8 で示した合成電磁界分布と同じであり、これが基本モード TE₁₀の形態である。

M – M' と N – N' の位置をさらに変えて、その表面での境界条件を満たすようにすることができる。その場合の電磁界分布の形状を高次モードという。例えば、N – N' はそのままにして間隔を2倍に広げるように M – M' を移したときにできる電磁界分布が TE₂₀ モードである。この長辺

に相当する M - M' と N -N'の間隔を大きくするか,間 隔は一定にして波の波長を短 くするかで,長辺方向の界の 繰り返し変化を3,4,・・・とい くらでも増すことができ、そ れぞれ TE₃₀, TE₄₀, · · · と高 次のモードが存在できる。一 般に、 TE_{nm} モードと書き表 すとき, 添え字 n は断面の 長辺方向の電界(または磁界) の変化の半サイクルの個数を 示し, m は短辺に関する同じ 意味の数である。TM モード は、これまでの議論の電界と 磁界を入れ替えて同じような 考え方をして得られるもので ある。ただし、TM モードの 場合には n や m の値として 0をとることはできず、その 最低次モードはTM₁₁モード となる。方形導波管内の高次 モードの例を図 1.9 に示して おく。



図 1.8 の各成分波 W₁, W₂ は z 軸 (管軸) と角度 θ をな す方向に光速 C で進む。ところが,それらの合成波の管 軸方向への移動速度はこれとは異なる。そこで図 1.10 を 参照して,各成分波とその合成波が単位時間に進む距離 関係を見てみよう。波 W₁ の波面 OG₁ と波 W₂ の波面 OG₂ が 1 秒間にそれぞれ光速 C で G₁O' と G₂O' だけ進 んだとすれば,同じ 1 秒間にそれらの合成点は O から O' まで進んだことになる。したがって,OO'間の距離が合成



波の速度に対応し、それを V_p とすると、

$$V_p = \frac{C}{\cos\theta} \tag{1.57}$$

の関係になる。これは合成波の管軸方向の速度であり、管内位相速度という。すなわち、管内位相 速度は自由空間中の位相速度である光速よりも速くなる。波長は位相速度を周波数で割ったもので あるから、合成波の波長 (管内波長) λ_g を導入すると、周波数を F として、

$$\lambda_g = \frac{V_p}{F} > \frac{C}{F} = \lambda_0 \tag{1.58}$$

となり、管内波長は自由空間波長よりも長くなる。これらのことは、管内の電磁界パターンは斜め 方向を向いた対称な2つの波の合成によって生じており、そのためその合成パターンの変化する長 さは自由空間波長よりも長くなり、移動速度も光速より速くなる、ということである。しかし、管 軸方向へのエネルギー伝送速度 (群速度 V_g という)は、図 1.10 より明らかなように、

$$V_a = C\cos\theta \tag{1.59}$$

であって、光速以上の速度で電力が伝送されるわけではない。式 (1.57), (1.59) より $\cos \theta$ を消去すると、

$$V_p V_q = C^2 \tag{1.60}$$

であることがわかる。

次に,導波管が一種の高域フィルタとして作用することを示そう。断面の長辺が a の方形導波 管の基本モード (TE₁₀)を考えることにする。図 1.11 において三角形 OPQ に注目すると,

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$$
$$= \frac{OQ}{OP} = \frac{\lambda_0/4}{a/2} = \frac{\lambda_0}{2a} \qquad (1.61)$$

の関係が得られ、これと式 (1.57), (1.58) を使って θ の項を消去すると、管内波長 λ_a に関して

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0/2a)^2}} \tag{1.62}$$

の関係が導出できる。この式の意味する ところは、もしも $\lambda_0 > 2a$ であると、管内 波長が虚数となって 物理的意味を失うと



いうことである。 $\lambda_0 = 2a$ では管内波長が無限大になるが、このことは式 (1.61) から $\theta = 90^\circ$ 、す なわち2つの成分波が管軸に対して直角の方向に進むことになり、エネルギーは管軸方向に少しも 伝送されない。このときの波長 $\lambda_c = 2a$ を遮断波長 (cut-off wavelength) という。したがって伝送 可能な許容波長領域は $\lambda_0 < \lambda_c$ であり、それに対応して許容周波数領域は、

$$F = \frac{C}{\lambda_0} > \frac{C}{\lambda_c} = F_c \tag{1.63}$$

となる。この F_c を遮断周波数 (cut-off frequency) と呼ぶ。このことから、導波管は一種の高域フィ

ルタとして作用していることがわかるであろう。遮断波長 λ_c を用いると、これまでの関係式から、 管内波長 λ_q 、管内位相速度 V_p 、管内群速度 V_q は、それぞれ

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0/\lambda_c)^2}} \tag{1.64}$$

$$V_p = \frac{C}{\sqrt{1 - (\lambda_0/\lambda_c)^2}} \tag{1.65}$$

$$V_g = C \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2} \tag{1.66}$$

のように表される。

これまでの説明は基本波 (TE₁₀モード) に関するもので、遮断波長は導波管断面の長辺の長さ a にしか依存しなかった。一般には、短辺の長さbにも関係しており、TE_{nm}、TM_{nm}両モードに関して、遮断波長は

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{(n/a)^2 + (m/b)^2}}$$
(1.67)

で与えられる。

1.6 スミス図 (Smith Chart)

スミス図とは、反射係数の複素平面上にその反射係数と1:1の関係にある正規化インピーダン ス座標を書き込んだものである。ところで、式 (1.21) で示したように、反射係数 Γ と正規化イン ピーダンス $Z = Z_L/Z_0$ の間には、

$$\Gamma = \frac{Z-1}{Z+1} \tag{1.68}$$

の関係がある。そこで、 $\Gamma \ge Z \ge$

$$\Gamma = p + jq, \qquad Z = r + jx \qquad (1.69)$$

のように、それぞれ実部と虚部のパラ メータで表現すると、式(1.68)は

$$p + jq = \frac{(r-1) + jx}{(r+1) + jx}$$
(1.70)

となり、実部と虚部に分けて整理すると、

$$\left(p - \frac{r}{r+1}\right)^2 + q^2 = \frac{1}{(r+1)^2}$$
 (1.71)

$$(p-1)^2 + \left(q - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2}$$
 (1.72)

という2つの関係式が得られる。これら を *p*-*q* 直交座標 (反射係数空間)上に *r*,
 q
 PO+径はrに依存

 -1
 PO+径はrに依存

 -1
 PO+径はrに依存

 図 1.12 スミス図の構造

xをパラメータとして描くと図 1.12 のようになる。式 (1.71) は p軸 (q = 0) 上に中心を持ち (p = 1, q = 0) の点を必ず通る円群で、円の半径はインピーダンスの実部 r の大きさのみに依存しその

虚部 *x* には無関係となる。一方,式(1.72)は *p* = 1 の直線上に中心を持ち,これも (*p* = 1, *q* = 0) の点を必ず通る円群で,こちらはその半径がインピーダンスの虚部 *x* のみに依存しその実部 *r* に は無関係となる。両者の円群は互いに直交しており,インピーダンス空間における実部と虚部の直 交性が反射係数空間でも保たれていることがわかる。さらに図 1.12 では,式(1.71)や(1.72)の円群 のうち, *p*-*q* 空間での原点中心半径 = 1 の円内に対応する部分のみが描かれている。これは,反射 係数の大きさは1より大きくはなり得ないので,すべての現象はスミス図上の $|\Gamma| = \sqrt{p^2 + q^2} \le 1$ の領域に限定されるということを意味している。

このように、スミス図は式 (1.68)の解空間を表現すると解釈できるので、例えば反射係数 Γ の 値を観測によって決定し、それをこのスミス図上の反射係数座標でプロットすれば、その点を通る 式 (1.71)に属する円と式 (1.72)に属する円の値を読み取ることで、正規化インピーダンスを容易 に知ることができる。

1.7 送信アンテナの指向性

一般的なアンテナの放射特性は、それを構成するアンテナ素子の特性を考えることにより理解 される。ここでは、まず線状アンテナとしてヘルツダイポールと半波長(λ/2)ダイポールをとり上 げその基本を考察し、次いでマイクロ波送信でよく用いられている電磁ホーンの考え方を述べる。

ヘルツダイポール

ヘルツダイポールとは,図1.13(a)に示すよう な,微小距離 *l* (≪波長 λ)離れた2点に時間変化 する異符号の電荷を置いたもので,Hertz が1887 年にはじめて電磁波を発生させた装置がこの形態 であることよりその名が付けられている。その電 荷量の時間的変動を正弦波で表すと

$$q = Q \exp\left(j\omega t\right) \tag{1.73}$$

とできるので、電荷量の時間微分は電流に等しい ということを利用して電流変化に直すと、

$$I = \frac{dq}{dt} = j\omega Q \exp(j\omega t) \qquad (1.74)$$

となる。そこで、あらためて

$$I = I_0 \exp\left(j\omega t\right) \tag{1.75}$$

とおくと、ヘルツダイポールは、図 1.13(b) に示 すような微小長さ $l (\ll \lambda)$ の導線に振幅 I_0 の交 番電流が流れているものと解釈される。

このようなヘルツダイポールを原点の z 軸沿い において (図 1.14),それから放射される電磁界を 考えてみる。交番電流が z 軸沿いであることから, 電界は z 軸を含む面内の成分 E_r , E_{θ} しか無く, 磁界は z 軸に対して同心円方向の成分 H_{ϕ} しか無 いと考えられる。具体的には、マクスウェルの方





程式 (1.32~1.35) に式 (1.75) で表される電流源を入れて解くことにより得られ,場所 (r, θ, ϕ) にお ける電磁界成分は

$$E_r = 60I_0 l \cos \theta \left(\frac{1}{r^2} - \frac{j\lambda}{2\pi r^3}\right) \exp\left[j\left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}\right)\right]$$
(1.76)

$$E_{\theta} = j \frac{60\pi I_0 l \sin \theta}{\lambda} \left(\frac{1}{r} - \frac{j\lambda}{2\pi r^2} - \frac{\lambda^2}{4\pi^2 r^3} \right) \exp\left[j \left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda} \right) \right]$$
(1.77)

$$H_{\phi} = j \frac{I_0 l \sin \theta}{2\lambda} \left(\frac{1}{r} - \frac{j\lambda}{2\pi r^2} \right) \exp\left[j \left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda} \right) \right]$$
(1.78)

$$E_{\phi} = H_r = H_{\theta} = 0 \tag{1.79}$$

となる。これらの電磁界成分には、距離 r に関して $1/r^3$, $1/r^2$, 1/r に比例する項が含まれており、 それぞれ、

- 1/r³に比例する項 …… 静電界
- 1/r² に比例する項 …… 誘導電磁界
- ③ 1/r に比例する項 放射電磁界

に相当している。①は電気双極子が作る静電界の表式と時間因子を除いて一致するのでそう呼ば れており、②は、とくに磁界成分が、定常電流からビオ・サバールの法則で求められるものと時間 因子を除いて一致することから名付けられている。そして、③は交番電流源に対してしか現れない 項である。 $r \gg \lambda/2\pi$ を満たす遠方ではこの③の項が卓越し、他は無視できるほど小さい。

実際の通信では、受信点は波長に比べて十分遠方にあり、③の放射電磁界だけが問題になる。このとき、有意な電磁界は式(1.77)と式(1.78)より、

$$E_{\theta} = j \frac{60\pi I_0 l}{\lambda r} \sin \theta \exp\left[j \left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}\right)\right]$$
(1.80)

$$H_{\phi} = j \frac{I_0 l}{2\lambda r} \sin \theta \exp\left[j\left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}\right)\right] = \frac{E_{\theta}}{120\pi}$$
(1.81)

である。波の伝搬方向は r 方向であ るから,伝搬方向と変動電磁界各成 分の方向は式 (1.52~1.55) や図 1.4 で示した TEM 波の形態に一致し ており,インピーダンス関係も式 (1.56)を満足している。

式(1.80)の電界表現には sin θ の 項が含まれている。そこで、もし受 信点を送信点から一定距離保ったま ま動かすと、受信点での電界 E_{θ} の 大きさ (H_{ϕ} についても同様) は角度 θ によって変化する。このような放 射電磁界の大きさが方向に依存す る性質をアンテナの指向性という。 図 1.15 の実線曲線は、式(1.80)で 示される電界の大きさを 0 $\leq \theta \leq$ 360°の範囲で描いたもので、ヘル



ツダイポールの電界強度指向性である。また、平均放射電力密度^(脚注) < S > は、

$$~~=\frac{1}{2}\Re(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^{*})=\frac{1}{2}\Re(E_{\theta}H_{\phi}^{*})=\frac{15\pi I_{0}^{2}l^{2}}{\lambda^{2}r^{2}}\sin^{2}\theta=\frac{30\pi|I_{e}|^{2}l^{2}}{\lambda^{2}r^{2}}\sin^{2}\theta~~$$
(1.82)

となるので sin² θ を通じて角度 θ に依存しており,それを描いたものが図 1.15 の一点鎖線曲線で ある。ヘルツダイポールの電力密度指向性と呼ばれている。式 (1.80), (1.81), (1.82) からわかるよ うに,電界,磁界,電力密度はいずれも方位角 ϕ には依存していない。したがって 3 次元的な指向 性は図 1.15 のパターンを z 軸のまわりに回転してできるトーラス状のものとなる。なお,式 (1.82) の中の最終式では交番電流の実効値 $|I_e| = I_0/\sqrt{2}$ を使用している。また,図 1.15 中の電界強度指 向性,電力密度指向性は、共にそれぞれの最大値で正規化されている。

放射される電力密度がその最大値の半分になる2方向の挟む角度を、半値角または半値幅、あるいはビーム幅という。ヘルツダイポールの場合、電力密度が 1/2 になるのは $\sin^2 \theta = 1/2$ の方向だから、半値角は 135° – 45° = 90° となっている。

半波長ダイポール

直線導線上に半波長 (λ/2)の定在波電流が乗る形の線状アンテナを半波長ダイポールと呼ぶ (図 1.16(a), (b))。このとき、導線上の各点で電流値は異なっているが、導線を微小区間に分割してみる とそれぞれの区間では一様な振幅を持つ電流値と考えてよい (図 1.16(c))。したがって、アンテナ

受信点 P へ 2

 $P \sim$

全体からの放射電磁界は、それぞ れの区間をヘルツダイポールと考 え、それらの放射電磁界を重ね合 わせたものとすることができる。 図1.16(a)に示すように、z軸沿い に置かれた長さ $\lambda/2$ の導線上の、 中心 O から距離 z の位置の微小 長さ dz のヘルツダイポールを考 える。放射電界に関して式 (1.80) の場合と対応をつけてみると、



式(1.80)

r

θ

 $\begin{array}{cccc} E_{\theta} & \longrightarrow & dE_{\theta} \\ l & \longrightarrow & dz \end{array}$

 $I_0 \longrightarrow I_0(z)$

r'

 θ

$$dE_{\theta} = j \frac{60\pi I_0(z)dz}{\lambda r'} \sin \theta \exp\left[j\left(\omega t - \frac{2\pi r'}{\lambda}\right)\right]$$
(1.84)

となる。距離パラメータ r' については, 放射源から十分遠い受信点 P であれば図 1.16(a) に示すように,

$$r' \simeq r - z \cos \theta \tag{1.85}$$

の関係がある。また、半波長ダイポールに流れている電流を余弦波の形の交流であると仮定すれ (注) ここで言う ' 平均' とは時間平均のことである。 ば、その給電点での最大振幅を Im として、電流分布を

$$I_0(z) = I_m \cos\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right) \tag{1.86}$$

とできる。これら式 (1.85), (1.86) を考慮して,式 (1.84) の dE_{θ} を導線全体 ($-\lambda/4 \leq z \leq \lambda/4$) で 積分すると、半波長ダイポールの放射電界は

$$E_{\theta} = \int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} dE_{\theta}$$

$$= j \frac{60\pi I_m}{\lambda r} \sin \theta \exp\left[j\left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}\right)\right] \int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z\right) \exp\left(j\frac{2\pi\cos\theta}{\lambda}z\right) dz$$

$$= j \frac{60I_m}{r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} \exp\left[j\left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}\right)\right]$$
(1.87)

となる。2行目の式の積分項で,分割した各微小ヘルツダイポールからの放射電磁界が干渉し合うことが示されている。放射電力密度も,式(1.82)のように計算すると,

$$\langle S \rangle = \frac{30|I_e|^2}{\pi r^2} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}$$
(1.88)

と得られる。 $|I_e|$ は実効値で $|I_e| = I_m/\sqrt{2}$ である。これらの電界強度 指向性(式 (1.87))と電力密度指向 性(式 (1.88))を図 1.17 に示す。こ の半波長ダイポールの半値角はへ ルツダイポールのそれより狭くな り、約72°となっている。



電磁ホーン

§1.5で述べたように、マイクロ波帯の電磁波を効率よく伝送するためには、通常、導波管が用

いられる。その導波管の一端を開放すれば、そこから 電磁波が放射される。ただし、開口だけでは指向性が それ程鋭くないので、図1.18に示すような、開口端の 断面を緩やかに広げてラッパ状にしたものが用いられ ている。電磁ホーンと呼ばれるアンテナである。方形 導波管の基本波はTE₁₀モード(円形導波管の基本波は TE₁₁モード)であるから、横方向(磁界方向)に広げた ものを H 面扇形、縦方向(電界方向)に広げたものを E 面扇形、両方向とも広げたものをピラミッド形と呼ん でいる。広げ方をスムーズにした指数関数形や、円形 導波管に対する円錐形もよく知られている。

図1.19はその電磁ホーンからの放射の様子を模擬的



に描いたものである。(a) に示すように導波管内で互いに平行で 90° 位相が異なっている電気力線 ab と cd は,ホーン部に移行する につれしだいに丸みを帯びてきて,(b) から(c) へと形を変えて行 く。電界は境界条件の支配を受けて壁面に垂直となり,併せて波の 群速度は導波管の幅が広がるほど大きくなり,自由空間中では光 速に等しくなるためである。両方の電気力線が共に自由空間に放 出されたときには,(d) から(e) に描かれているように繋がってし まい,ループ状の電気力線となってしまう。このループがあとから あとから放出されて放射電界を形成し,磁界はその電界に垂直な 方向に振動している。

このように、電磁ホーンからの放射はその開口部における電界、 磁界が源になっていると考えられる。開口部における電磁界の分 布を正確に求めることは困難なので、通常は、その開口部と同じ大 きさの断面の導波管が無限に続いていると仮定し、その仮想導波 管の電磁界分布をそのまま用いて放射電磁界としている。そのよ うな考えに基づいて、開口部からの放射電磁界の指向性を図 1.20 の場合について以下に示す。図 1.20 では、開口断面積 $w \times h$ の導 波管内を TE₁₀ モードの電磁波が z方向に伝搬するものとし、電 界は y方向を向く $E_y = E_0 \cos(\pi x/w)$ を、磁界は -x方向を向く $H_x = -H_0 \cos(\pi x/w)$ を考える。開口面の寸法は波長に比べて十 分大きいので、 $|E_y/H_x| \simeq Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi$ が成立つものとす る。計算の詳細は省略するが、このような開口端から放射される P 点 (r, θ, ϕ) での電界は、



$$E_y = \frac{\pi wh}{2\lambda r} E_0 \frac{\cos\left(\frac{\pi w}{\lambda}\sin\theta\cos\phi\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi w}{\lambda}\right)^2\sin^2\theta\cos^2\phi} \frac{\sin\left(\frac{\pi h}{\lambda}\sin\theta\sin\phi\right)}{\frac{\pi h}{\lambda}\sin\theta\sin\phi}$$
(1.89)

となる。なお、ここでは位相項の表示を省いてある。このように、放射電界は θ と ϕ の関数でかなり複雑になるので、縦または横の面のみについて考えてみる。図 1.20 において $\phi = \pi/2$ の面をとると、式 (1.89) より、

$$E_y^{(E)} = \frac{2wh}{\pi\lambda r} E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi h}{\lambda}\sin\theta\right)}{\frac{\pi h}{\lambda}\sin\theta}$$
(1.90)

となる。これを、E面電界強度指向性または電界強度の垂直指向性と呼んでいる。平均電力密度は式(1.82)の時と同様に計算して、

$$< S >^{(E)} = rac{w^2 h^2}{60\pi^3 \lambda^2 r^2} E_0^2 rac{\sin^2\left(rac{\pi h}{\lambda}\sin heta
ight)}{\left(rac{\pi h}{\lambda}
ight)^2 \sin^2 heta}$$
(1.

となる。これがE面電力密度指向性,または電力密度の垂直指向性である。

図 1.20 において $\phi = 0$ の面をとると,

$$E_y^{(H)} = \frac{\pi w h}{2\lambda r} E_0 \frac{\cos\left(\frac{\pi w}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi w}{\lambda}\right)^2 \sin^2\theta} \tag{1}$$



$$< S >^{(H)} = \frac{\pi w^2 h^2}{960\lambda^2 r^2} E_0^2 \frac{\cos^2\left(\frac{\pi w}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left[\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi w}{\lambda}\right)^2\sin^2\theta\right]^2}$$
(1.93)

となり、電界強度および電力密度のH面指向性 (水 平指向性) が得られる。図 1.21 は、 $w/\lambda = 2$ の場 合のH面電界強度指向性 (式 (1.92)) とH面電力密 度指向性 (式 (1.93)) を $-90^{\circ} \le \theta \le 90^{\circ}$ の範囲で 描いたものである。

ホーンアンテナのビーム幅 (半値角) θ_B は, ほぼ

$$\theta_B = (60^\circ \sim 80^\circ) \times \frac{\lambda}{w} \tag{1.94}$$

で与えられることが知られており,開口面が大きいほど,また高周波ほど(波長が短いほど)ビーム幅が狭く,鋭い指向性となる。



指向性利得

以上では電界強度や電力密度の角度依存性を議論し、それらを最大放射方向の大きさで正規化した形で図示してきた。しかし、指向性にはもう少し厳密な定義がある。それは指向性利得 $D(\theta, \phi)$ と呼ばれ、

$$D(\theta, \phi) = \frac{(\theta, \phi) \, \bar{f} \, \bar{h} \, \bar{h}$$

で与えられている。その分母は各方向に一様にエネルギーを放出するアンテナを仮想していることを示し、そのようなアンテナを無指向性アンテナと呼んでいる。極座標 (r, θ, ϕ) の場所で受信される電界成分を $E(r, \theta, \phi)$ とすれば、式 (1.95) は

$$D(\theta, \phi) = \frac{\frac{r^2}{2Z_0} |E(r, \theta, \phi)|^2}{\frac{r^2}{8\pi Z_0} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} |E(r, \theta, \phi)|^2 \sin\theta d\theta} = \frac{|E(r, \theta, \phi)|^2}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} |E(r, \theta, \phi)|^2 \sin\theta d\theta}$$
(1.96)

ということである。したがって、ヘルツダイポールの指向性利得は、式 (1.80) の E_{θ} を用いて、

$$D^{Hertz}(\theta, \phi) = \frac{|\sin \theta|^2}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} |\sin \theta|^2 \sin \theta d\theta} = \frac{3}{2} \sin^2 \theta \tag{1.97}$$

となる。また、半波長ダイポールの場合には、式 (1.87) の E_{θ} を用いて、

$$D^{\lambda/2}(\theta, \phi) = \frac{|\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)/\sin\theta|^2}{\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi} d\pi \int_0^{\pi} |\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)/\sin\theta|^2 \sin\theta d\theta} \simeq 1.64 \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}$$
(1.98)

である。ホーンアンテナの場合の指向性利得は複雑な積分式となるのでここでは示さないが、同様の考え方で、式 (1.89)の E_y を式 (1.96) に適用すればよい。

1.8 電力利得

指向性利得 D がその表式どおり角度に依存し ていることからわかるように,指向性アンテナか らの電力の大部分はある特定の方向に集中して運 ばれる。その能力を示すものとして,問題とする アンテナの送り出し電力を基準アンテナと比較し て定義する電力利得というパラメータがある。と くに断らない限り,最大放射方向の同一距離で比 較する。図 1.22 に示すような測定で受信パワー P₀, P が得られたならば,電力利得 G の定義は

$$G = \frac{P/W}{P_0/W_0}$$
(1.99)



である。

基準アンテナとして等方向性 (無指向性) アンテナを選んだ場合の G を絶対利得 G_a と言い、半 波長ダイポールを選んだ場合には相対利得 G_r と言う。単位としては、一般に、 $10 \log_{10} G$ として デシベルを用いる。

1.9 送信アンテナと受信アンテナの可逆性(相反定理 The reciprocity theorem)

相反定理 (= 可逆定理) とは物理学全般に関係する重要な定理の一つである。一般に、平衡状態 にある物理的な系の状態を表す座標を x_1, x_2, \dots, x_n としたとき、 x_i を外力によって dx_i だけ 増加させると x_k を増加させようとする力 $dF_k = A_{ki}dx_i$ が生じるとすれば $A_{ki} = A_{ik}$ の関係があ り、また逆に、 x_i を増加させようとする力 dF_i を働かせると x_k が $dx_k = B_{ki}dF_i$ だけ増加すると

すれば $B_{ki} = B_{ik}$ の関係がある。これを相反 定理 (可逆定理) という。例えば、図 1.23(a) のような 2 つの皿がついた機械があり、機械 の中身は不明だが動力源や摩擦などの減衰要 素は無いものとする。同図 (b) のように、左 の皿に錘を乗せたとき右の皿が x だけ上がっ たとすれば、同じ錘を右の皿に乗せれば (c) のように左の皿は同じ量 x だけ上がるとい うことになる。これは非常にシンプルな相反



定理の現れである。この例に示したようなものは静的な相反定理と呼ばれ,静電気学や弾性力学等 でしばしば遭遇する。動的な場合には,前述の変位や力を時間的に正弦波的変化をする物理量で置 き換えればよく,音響学における音源と受音点の可逆性,電磁気学では送信アンテナと受信アンテ ナの可逆性,電気回路学の四端子(二端子対)マトリックスの対称性,光学の光線逆進の原理など 多くの例が知られている。

ここでの本題に入ろう。図 1.24 に示すように、2つのアンテナ #1, #2 があるとする。同図 (a) のように、#1 アンテナを送信用として電流 I_1 を給電し、それにより放射された電磁界が#2 アン テナで受信されて端子間電圧 V_2 が誘起されたとする。次に、(b) のように#2を送信アンテナとし て電流 I_2 を給電し、#1 アンテナの位置に放射電磁界を生じさせ、その端子間に V_1 の電圧を誘起

したとする。両アンテナ間の媒質が等方的であるなら ば、このとき

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 \tag{1.100}$$

の関係が成立する。これをアンテナの相反定理(可逆定理)という。

このことから派生する電力利得と指向性に関する性 質を次に考えてみる。図 1.25 の上段 (a), (b) は先の 図 1.24 と同一の状況であり,式 (1.100) が成り立って いる。それを,下段 (a'), (b') のように,#1 アンテナ をある基準アンテナ#0 で置き換えた状況を考える。こ の場合の相反定理は

$$V_0 I_0 = V_2 I_2 \tag{1.101}$$

となる。ただし, (a') における#0アンテナへの供給電流 I_0 は, (a) の場合と同じ電圧 V_2 を#2アンテナに誘起さ せる値であり, (b') における#0アンテナの電圧 V_0 は, (b) の場合と同じ電流 I_2 を#2アンテナに供給したとき に誘起される値とする。#0, #1のアンテナの入力抵抗 をそれぞれ R_0 , R_1 とすれば,図1.25(a), (a') で#2アン テナの受信電力 (P_2) が等しいことより,式(1.99)の電 力利得の定義式にしたがって,送信アンテナ#1の送信 電力利得 G_T は

$$G_T = \frac{P_2/W_1}{P_2/W_0} = \frac{W_0}{W_1} = \frac{|I_0|^2 R_0}{|I_1|^2 R_1}$$
(1.102)

で与えられる。 W_0 , W_1 は#0, #1 アンテナへの供給電力である。一方,今度は#0, #1 を受信アンテナとした場合,その受信電力利得 G_R は,図 1.25(b), (b') で#2アンテナへの供給電力 (W_2) が等しいことより,

$$G_R = \frac{P_1/W_2}{P_0/W_2} = \frac{P_1}{P_0} = \frac{|V_1|^2/R_1}{|V_0|^2/R_0}$$
(1.103)

で与えられる。P₀, P₁ は#0, #1アンテナの受信電力である。ところで,式(1.100)と式(1.101)の 相反定理から,

$$\frac{V_1}{V_0} = \frac{I_0}{I_1} \tag{1.104}$$

が成り立つ。したがって,式(1.102)と式(1.103)の右辺同士は等しくなり,

$$G_T = G_R \tag{1.105}$$

であることがわかる。この関係は、§1.7で調べたアンテナからの角度 (θ , ϕ)の任意の値に対し て成り立つものであるから、

$$G_T(\theta, \phi) = G_R(\theta, \phi) \tag{1.106}$$





と書くことができ、またこの角度依存の電力利得 $G(\theta, \phi)$ は電力密度指向性そのものに対応して いることより、電力に関する指向性は1つのアンテナについて送信用、受信用ともに同一であるこ とがわかる。

さらに,図1.24の状態で,仮に#1のアンテナの向きを変えて(θ , ϕ)方向としたとしよう。当然, 受信アンテナの端子間電圧は角度に依存して $V_1(\theta, \phi)$, $V_2(\theta, \phi)$ となる。したがって相反定理(式 (1.100))から,

$$V_1(\theta, \ \phi) = \frac{I_2}{I_1} V_2(\theta, \ \phi) \tag{1.107}$$

となる。供給する電流 I_1 , I_2 は向きには関係なく不変であるから I_2/I_1 は定数であり, $V_1(\theta, \phi)$ と $V_2(\theta, \phi)$ は位相も含めて比例していることになる。この $V_1(\theta, \phi)$ は受信用としての#1 アンテナの 電界強度指向性に対応しており, $V_2(\theta, \phi)$ はその同じアンテナの送信用としての電界強度指向性に 対応している。すなわち,電界強度に関する指向性も, 1 つのアンテナについて送信用,受信用と もに同一となる。

2. 実験装置

基本的な構成を図2.1に示す。



図 2.1 基本構成

A :	ガン発振器	冒電源	(14T002)	 図 2.2
B :	ガン発振器	₩ 日 日 日	GX12A)	 図 2.3

本実験では、ガンダイオードを共振回路に 組み込んだガン発振器でマイクロ波を発振し ている。ガンダイオード素子はn形ガリウム 砒素 (GaAs)の結晶とその両端に付けられた電 極から構成されており、電極間電圧を高くして いってダイオード内部の電界がある閾値を越え るようにすると高周波振動電流が流れるという ガン効果と呼ばれる現象を利用している。

ガン発振器出力には1kHzの方形変調がかけ られており、マイクロ波検波出力を増幅しやす いようにしてある。

発振器動作電圧や変調モード,変調周波数, 等はすべて調整済みであるから,電源スイッチ 以外には手を触れないように。

なお,本実験では,このガン発振器電源(A), ガン発振器(B),さらに次項のローパスフィル タ(C)の3つを一纏めにして,マイクロ波発振 装置と呼ぶことにする。



図 2.2 (A) ガン発振器電源



図 2.3 (B) ガン発振器

C:ローパスフィルタ(14T028) 図 2.4

ガン発振器の出力は、そのままでは高調波を含ん だ波形となっている。その高調波除去のために、こ のローパスフィルタを通している。

D:可変減衰器(14T003) 図 2.5 導波管内の電界に平行に抵抗膜を挿入し、電界の 強さに応じた電力を抵抗体での熱損失で減衰させる 方式である。

この実験ではこの減衰器を調整する必要はない。

E:周波数計(14T004) 図 2.6

この実験では円筒形の吸収型周波数計を使用する。 共振モードはTE₁₁₁で,このモードにおいて導波管 との結合孔が低インピーダンスとなり,導波管内の 電磁界エネルギーが周波数計に吸収されることにな る。そのQ値は,公称4000以上となっている。

マイクロメータは表示目盛り以上に回し切らないこと。



図 2.4 (C) ローパスフィルタ



図 2.5 (D) 可変減衰器



図 2.6 (E) 周波数計

F:定在波測定器(14T005) 図 2.7

導波管に沿って細い溝を切り、そこにプローブを 挿入して導波管の長さ方向に移動させ、その場所の 定在波に応じた検波電流を取り出せるようになって いる。溝は電界を乱さないようになるべく狭く、かつ 導波管軸に平行でなければならない。プローブの挿 入長も、線路のインピーダンスに影響を与えないよ うに、感度の許す限りなるべく浅くする必要がある。 プローブ挿入長の調整は済んでいるので、プロー

ブ位置を横方向に動かす以外のダイヤルには手を触れないように。



図 2.7 (F) 定在波測定器

G:定在波增幅器(14T00A) 図 2.8

1kHzの同調形増幅器である。①の INPUT SE-LECTOR は CRYSTAL HIGH 側で使用するこ と。指示計指針の調整には、②、③の GAIN を 使用する。②は荒調整 (COARSE)、③は微調整 (FINE) である。④の RANGE は 10 dB ステッ プの増幅度切り替えダイヤルである。

図 2.9 に定在波増幅器の指示計部分を拡大する。



図 2.8 (G) 定在波增幅器



図 2.9 定在波増幅器の指示計拡大図

この実験では、鏡より下の「VSWR 目盛り」と「dB 目盛り」のみ使用する。それぞれの 目盛りの限界より右に振り切れた場合には RANGE を左に回して、左に振り切れた場合には RANGE を右に回して、指針が目盛りの範囲に入るようにする。

「VSWR 測定」の時に、VSWR の上段目盛り<1.0~4.0>の左端より左に振り切れた場合 には、RANGE を右に1段回して VSWR 下段目盛り<3.16~10>を使用する。

「dB 測定」の時には、その読み取った値にマイナスをつけたものが実際のdB 値となる。さらに、RANGE を右に n 段回したときは、目盛りの右端の 0 dB が -10n dB に相当し、逆に 左に n 段回したときには +10n dB に相当する。

H:可動スタブチューナ(14T011) 図 2.10

スタブ (stub) というのは突起物という意味であ る。導波管の中に突起物を差し込んでインピーダ ンス整合を行う装置で、線路のある場所から負荷側 を見たときのリアクタンス分を、スタブのリアクタ ンスで相殺してしまおうとするものである。整合の ためには抵抗分も一致させる必要があるが、そのた めにスタブを差し込む位置を調整できるよう可動式 となっている。



図 2.10 (H) 可動スタブチューナ

I:無反射終端(14T012) 図 2.11

導波管内に電界方向に合わせて効率の良い抵抗体 を立て,その一端を短絡させた抵抗素子である。電 磁エネルギーを減衰させ,それによって反射波をゼ ロにすることができる。



図 2.11 (I) 無反射終端

J:送信用ホーンアンテナ(14T007) 図 2.12 K:受信用ホーンアンテナ 図 2.13

縦7 cm, 横9.5 cm の開口部を持つピラミッド形 のホーンアンテナである。受信アンテナは回転基台 にセットされており, クリスタルマウントを介して 検波出力を取り出せるようになっている。



図 2.12 (J) 送信用ホーンアンテナ



図 2.13 (K) 受信用ホーンアンテナ



図 2.14 (L) 金属反射板

L:金属反射板 図 2.14

```
M:電波吸収ブロック ..... 図 2.15
```

特殊カーボンを染み込ませたピラミッド形状のウ レタン素材を縦横に組み合わせた簡易型電波吸収ブ ロックである。柔らかい素材なので,取り扱いには 十分注意すること。



図 2.15 (M) 電波吸収ブロック

3. 実験項目

3.1 実験1:発振周波数の測定

周波数の測定には、図3.1に示す構造の円筒型 TE₁₁₁モード共振器を周波数計として使用する。 この周波数計は結合孔で導波管と接しており、共 振モードにおいてこの結合孔が低インピーダンス となる。そのため、導波管内の電磁界エネルギー が周波数計に吸収され、導波管内の周波数計以 降の部分に達する電磁界強度が低下することに なる。この強度低下の最大点を利用して周波数 を決定する。



3.1.1 実験方法

機器を図 3.2 のように接続する。



- 1) 可変減衰器 (D) は目盛り0 にしたまま (減衰量0) で調整する必要は無い。
- 2) 可動スタブチューナ(H) は挿入長を0 mm としておく。
- 3) 周波数計(E)のマイクロメータを0mmとし、そのときの定在波増幅器(G)のメータの指針 をGAIN調整によって0dBに合わせる。このことは、定在波測定器(F)のプローブ位置の マイクロ波パワーを基準値0dBにセットしたことを意味している。この段階では周波数計 は共振点からずれており、したがって発振装置(ABC)からのマイクロ波がすべて周波数計以 降に達している状態である。
- 4) 次に、周波数計のマイクロメータをゆっくり回して、定在波増幅器のメータ指示値が減少し 始める場所を探す。減少し始めるということは周波数計の共振点に近づいたことを意味して いる。減少し始めたらさらにゆっくりとマイクロメータを回して、定在波増幅器指示値が最 小になる場所を探す。周波数計のQ値は高い値を持っているので、最小値付近の変化は激し いものになるはずである。
- 5) 最小値の場所が見つかったら、そのときのマイクロメータの値 l_{min} [mm] と定在波増幅器指 示値 P_{min} [dB] を読み取り記録する。この l_{min} の値を周波数計の校正データを用いて周波数 に変換すれば共振周波数 f_{min} が得られ、理想的にはこれがマイクロ波発振装置の周波数と なる。
- 6) 4),5)の操作で観測される定在波増幅器の指示値(=相対パワー強度)の変化は、周波数計の

共鳴吸収特性に依存しており,それを模擬 的に示すと図 3.3 のようになっているはず である。そこで、実際の処理では、5)にお ける l_{min} , P_{min} に加えて、相対パワー強 度が -0.6 dB, -1 dB, -2 dB となるそれ ぞれ 2 箇所のマイクロメータの値 $l_{0.6}(1)$, $l_{0.6}(2)$, $l_1(1)$, $l_1(2)$, $l_2(1)$, $l_2(2)$ も測定し、 周波数計での吸収量変化の全体を求めるよ うにした方が良い。

- 3.1.2 課題
 - 1) 測定した *l*値を周波数計の校正表から周 波数 *f_{min}*, および *f*_{0.6}(1), *f*_{0.6}(2), *f*₁(1), *f*₁(2), *f*₂(1), *f*₂(2) に変換し(変換は、校 正表の値から補間法により、正確に行うこ と),図 3.3 に示すような周波数-相対パ



ワー強度の変化曲線を描き考察せよ。周波数に対する電界強度変化曲線の形がどのような特徴を持っているのか述べよ。この特徴を利用して、 $f_{0.6}(1) \ge f_{0.6}(2)$ 、 $f_1(1) \ge f_1(2)$ 、 $f_2(1) \ge f_2(2)$ の平均値 $\overline{f}_{0.6}$ 、 \overline{f}_1 、 \overline{f}_2 を求め、これを f_{min} と比較することができる理由を考察せよ。

- 2) この実験でガン発振器の発振周波数の値を正確に求めるために、最小値から求めた f_{min} を 使う場合と $\overline{f}_{0.6}$, \overline{f}_1 , \overline{f}_2 を使う場合に、どちらがどの様な理由で有利か、その変化曲線を基 に測定精度を議論せよ。この議論を基に、マイクロ波発振装置の周波数 f_0 , 周波数推定誤差 Δf を決定し評価せよ。
- 3) 自由空間波長 λ_0 とその推定誤差 $\Delta \lambda_0$ を求めよ。

3.2 実験2:管内波長の測定と導波管内伝搬モードの決定

§1.3で述べたように、受電端で有限の反射があると伝送線路上に式 (1.27) や図1.3で示したような定在波が立つ。その定在波の電圧極大、電圧極小は、条件式 (1.29) を満足する場所で起こる。このことは、いま扱っているような導波管を伝送路とする場合にも全く同様である。ただし、導波管の場合、信号が伝わるのは平行 2 線や同軸線路のときのような導体ではなく、導波管内の空間、である。このことから、導波管の場合に伝搬定数から求められる波長は「管内波長 λ_g 」と呼ばれる。したがって、 $\lambda_g = 2\pi/\beta$ であることを式 (1.29) に適用すれば、定在波の隣り合う電圧極大 (または電圧極小) の場所 x_1 , x_2 から、

$$\lambda_g = 2|x_2 - x_1| \tag{3.1}$$

で管内波長を求めることができる。すなわち、定在波の波長の2倍が管内波長に相当している。

伝搬モードについては、導波管断面の長辺、短辺の長さから推定される各モードの遮断波長(式 (1.67))と実験1で求めた自由空間波長の関係から決定することができる。

3.2.1 実験方法

機器構成は実験1における発振周波数測定のときと同様である(図3.4)。

1) 周波数計(E)のマイクロメータは0 mm としておく(共振点付近から離しておく)。以後の実験はすべてこの状態で実施するように。



- 2) まず,可動スタブチューナ(H)の挿入長を0 mm とし,定在波測定器(F)のプローブ位置を右端からゆっくりと動かし,定在波増幅器(G)のメータの右振れが最大となるところを探す。その最大点が見つかったら,RANGEとGAINを調整してメータ指示値をdB目盛りの右端(0dB)に合わせる。次に,定在波測定器(F)のプローブ位置を右端から10 mm 間隔で6 点動かしたときの電界パワー強度(dB値)を定在波増幅器(G)で読み取り,その変化を測定する。
- 3) 次に、可動スタブチューナ (H) の挿入長を 5~6 mm 程度^(脚注) とした状態で、定在波測定器 (F) のプローブ位置を右端からゆっくりと動かし、定在波増幅器 (G) のメータの右振れが最大 となるところを探す。その最大点が見つかったら、RANGE と GAIN を調整してメータ指示 値を dB 目盛りの右端 (0 dB) に合わせる。次ぎに、定在波測定器プローブ位置を右端から 2 mm 間隔で 30 点動かしたときのパワー強度 (dB 値) を読み取り、その変化を測定する。
- 4) 可動スタブチューナ(H)の挿入長を前項3)の測定と同じにしたまま,今度は定在波測定器プ ローブを右端から左端までゆっくり動かしながら,定在波増幅器指示値が極大,極小となる プローブ位置(x)を全て測定する。

3.2.2 課題

- 1) スタブを挿入しない場合と挿入した場合,それぞれの導波管内電界強度分布を描き,その違いを考察せよ。
- 2) 実験方法の 4) で測定した定在波の, 隣り合った極大間,および極小間の距離 Δx を全て求め, それぞれの平均値 $\overline{\Delta x}$ と標準偏差 σ を求めよ。ただし,測定点が少ないので次式を使用せよ。

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \Delta x_j, \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^{N} (\Delta x_j - \overline{\Delta x})^2} \quad (N : \vec{\mathcal{T}} - \beta \ \text{iff} \ \mathbb{X})$$
(3.2)

これらの2倍の値が管内波長の平均値 $\overline{\lambda_g}$,その測定誤差 $\Delta\lambda_g$ とみなせる。それらを求め評価せよ。

- 3) 得られた $\overline{\lambda_g}$ と実験 1 で測定した周波数 f_0 の積が導波管内の位相速度 V_p となる。 V_p を求め、光速との比較を行い評価せよ。
- 4) 本実験で使用している方形導波管 (WRJ-10) は、その内のり寸法が横幅 a = 22.9 mm、高さ b = 10.2 mm である。モード数 n, m をいろいろ変えたときの遮断波長を式 (1.67) を利用し て計算し、それを実験 1 で求めた自由空間波長 λ_0 と比較することで、この実験における導波 管内伝搬モードを決定せよ。
- (注) このときのスタブ挿入長は、プローブ位置を動かしても途中で定在波増幅器のレンジ切り替えをしないで済むような長さとすることが望ましい。

5) 管内波長 λ_a , 自由空間波長 λ_0 , および遮断波長 λ_c の間には,

$$\frac{1}{\lambda_q^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda_c^2} \tag{3.3}$$

の関係がある。この式 (3.3) を用いて前項 4) で決定したモードの λ_c と実験 1 で求めた λ_0 から管内波長 λ_g を計算し、その計算値と前項 2) で求めた $\overline{\lambda_g} \pm \Delta \lambda_g$ を比較して、この測定の 妥当性を吟味せよ。

3.3 実験3:負荷インピーダンスの測定

負荷インピーダンスと特性インピーダンスの比 $Z_n = Z_L/Z_0$ を正規化インピーダンスと呼ぶ。負荷端での反射係数 Γ_L とこの正規化インピーダンスの間には,式 (1.21) で示したように

$$\Gamma_L = \frac{Z_n - 1}{Z_n + 1} \tag{3.4}$$

の関係がある。このことより、 $Z_n \neq 1$ であれば有限の反射が存在し、その結果伝送線路中に定在 波が立つことがわかる。そして、その定在波の大きさを示す定在波比 (VSWR) ρ は、式 (1.30)の 関係式で反射係数の大きさ $|\Gamma_L|$ と結びついており、定在波の位置関係、すなわち電圧極大、極小 の場所 x_{max} , x_{min} は、式 (1.29) によって伝搬定数 β を介して反射係数の位相角 ϕ と関係してい る。したがって、定在波を観測すれば反射係数 Γ_L を求めることができ、次いで式 (3.4) によって 負荷の正規化インピーダンス Z_n を決定することができる。式 (3.4) を解くためには、§ 1.6 で述 べたスミス図を利用する。

実験ではまず,可動スタブチューナのスタブを挿入したときのインピーダンスを測定する。可動 スタブチューナとは,実験装置のところで説明したように,本来は線路と負荷をインピーダンス整 合させるための装置である。しかし本実験では,スタブを挿入することでスタブ以降の実効イン ピーダンスが変化することを利用し,スタブ挿入長をいろいろ変えたときのインピーダンスの変 化を測定する。

次に,無反射終端を取り外してマイクロ波を空間に伝搬させ,そのときの負荷インピーダンスを 測定する。終端を取り外した導波管開口状態と開口部にホーンアンテナを取り付けた状態の2つ の場合を測定し,両者のインピーダンスの違いを検討する。

3.3.1 実験方法-1 (スタブ挿入によるインピーダンスの変化)

機器構成は 3.2 の管内波長測定のときと全く同じである (図 3.5)。



- 1) 可動スタブチューナ(H) はスタブ挿入長を6 mm とする。
- 2) 定在波測定器 (F) のプローブ位置をその右端からスタートしてゆっくりと左に移動させ、定 在波増幅器 (G) のメータの右振れが極大となる点を探す。メータが振り切れるような場合に は、GAIN 調整と RANGE 調整によって指示値がメータスケール内におさまるようにする。
- 3) 極大点が見つかったら、定在波増幅器(G)のGAINを微調整してメータ指示値をVSWR 目盛りの右端(1.0)に合わせる。
- 4) 次に、定在波測定器 (F) のプローブ位置を左にゆっくりと移動させ、定在波増幅器 (G) の指示が極小となる点を探し、そのときの VSWR の値 ρ とプローブ位置 *x_{min}* を読み取り記録する。もしメータの振れが左に振り切って目盛りの範囲を外れてしまったら、RANGE を切り替えてスケール内におさまり、RANGE を切り替えた場合に使用する目盛りは下の段の VSWR 目盛りである。なおこのとき、GAIN 調整は動かしてはならない。
- 5) 読み取った VSWR ρ と, x_{min} から

$$n_{\lambda} = \frac{x_{min} + 100}{\lambda_g}$$
 (右辺の各量の単位は mm) (3.5)

によって計算した波数 n_{λ} を用いて、スミス図を利用し正規化インピーダンスを求める。式 (3.5) 右辺の 100 mm という値は、定在波測定器のプローブ位置基準点から負荷 (スタブ挿入 点) までの距離を表している。 λ_g は実験 2 で求めた管内波長である。

6) 2)~5) の測定を,スタブ挿入長を5 mm, 3 mm, 0 mm として繰り返し,それぞれの場合の インピーダンスを求める。

3.3.2 課題-1

- 1) スタブ挿入長が6 mm, 5 mm, 3 mm, 0 mm それぞれのときの正規化インピーダンス Z_n を スミス図を用いて求めよ。
- 2) スミス図上において,正規化インピーダンスを示す点の原点対称の点が正規化アドミッタン スを示す。それぞれのスタブ挿入長のときの正規化アドミッタンス Y_n の値を求めよ。
- 3) スタブ挿入長を0~6 mm に変化させたとき、正規化アドミッタンスの変化はスミス図上でどのようになっているか。その変化を述べ考察せよ。
- 4) この実験で、可動スタブチューナのスタブの挿入長の変化に対応した正規化アドミッタンス の変化は、理論的には実部が一定の円の上を動く。こうしたスミスチャート上の動きを集中 定数を用いて等価回路に表すことが出来る。この一般的な等価回路を示せ。

3.3.3 実験方法-2(導波管開口,ホーンアンテナのインピーダンス)

前の実験の機器接続状態から無反射終端を取り外し、次いでホーンアンテナを接続する(図3.6)。



- 1) 可動スタブチューナ (H) のスタブ挿入長は 0 mm としておく (挿入しない)。以下の実験すべてにおいてスタブは挿入しない状態とする。
- 2) まず,前の実験で接続してあった無反射終端を取り外す。その作業のとき,導波管接合部の 銀メッキ部には絶対手を触れないように。外した無反射終端にはすぐに保護カバーをかける こと。
- 3) 終端を外した状態 (導波管開口)で,前の3.4.1の2)~4) と同様の手続きで VSWR ρ と定 在波電圧最小となるプローブ位置 x_{min} を測定する。このとき,開口部に手を近づけたりする と定在波増幅器 (G) のメータの振れが変化することを確認するように。これは,開口部周辺 の状態が定在波測定に大きく影響することを示しており,測定の際には状態変化がなるべく 起こらないよう注意する必要がある。
- 4) 読み取った VSWR ρ と, x_{min} から

$$n_{\lambda} = \frac{x_{min} + 200}{\lambda_g}$$
 (右辺の各量の単位は mm) (3.6)

によって計算した波数 n_λ を用い,スミス図を利用して正規化インピーダンスを求める。これ が導波管開口のインピーダンスである。なお,今回は定在波測定器のプローブ位置基準点か ら負荷 (開口端) までの距離が 200 mm となっている。

- 5) 次ぎに, 導波管開口部に送信用ホーンアンテナ (J) を取り付ける。ねじ止め固定する際には, 接合部上下2箇所にある貫通孔にノックピンを差し込み, 導波管軸がずれないように調整す ること。この取り付けの場合にも, アンテナ接合部の銀メッキ部には手を触れないように。同 時に周りの壁その他からの乱反射波がアンテナに混入しないよう, 電波吸収ブロック (M) を 適当に配置してガードする。
- 6) この状態で,前記3),4) の手続きに従って正規化インピーダンスを求める。これがホーンアン テナのインピーダンスである。

3.3.4 課題-2

- 1) スミス図を用いて、導波管開口とホーンアンテナそれぞれの正規化インピーダンスを求めよ。 それらと、先の実験で求めたスタブ挿入長0mmのとき(無反射終端)のインピーダンスを比 較し、それらの違いについて考察せよ。
- 2) 無反射終端, 導波管開口, ホーンアンテナ, それぞれのときの VSWR ρ の値から式 (1.31) に よって反射係数の大きさ $|\Gamma_L|$ を求めよ。次いで, その反射係数から次式によって反射損失 L(dB)を求め比較検討せよ。

$$L = 10 \log_{10} M$$
, $M = \frac{1}{1 - |\Gamma_L|^2}$ (3.7)

3.4 実験4:自由空間波長の測定

この実験では、導波管の外、自由空間へマイクロ波を伝搬させ、自由空間波長を実験で求める。 先の実験2では導波管内の波長(管内波長)を求めたが、そのときの測定原理は、受電端でインピー ダンス不整合による反射を起こさせ、それにより導波管内に立った定在波の波長を測定し、それ を2倍するというものであった。今回もそれと同様の原理に基づくことにする。ただ異なるのは、 定在波を立たせるのが導波管内ではなく自由空間であるという点である。すなわち、自由空間の定 在波の波長の2倍が「自由空間波長 λ_0 」である。自由空間中で反射を起こすには金属反射板を利用する。

3.4.1 実験方法

機器構成を図 3.7 に示す。

 無反射終端を取り外し、次いでホーンアンテナを接続する。その作業のとき、導波管接合部の銀メッキ部には絶対手を触れないように。外した無反射終端にはすぐに保護カバーをかけること。ねじ止め固定する際には、接合部上下2箇所にある貫通孔にノックピンを差し込み、 導波管軸がずれないように調整すること。この取り付けの場合にも、アンテナ接合部の銀メッキ部には手を触れないように。



- 2) 送信アンテナ (J) の開口部から 20 cm の位置に金属反射板 (L) を正対させる。同時に周りの壁 その他からの乱反射波がアンテナに混入しないよう,電波吸収ブロック (M) を適当に配置し てガードする。
- 3) 定在波測定器 (F) のプローブ位置をゆっくりと動かし,定在波増幅器 (G) のメータの右振れ が最大となるところを探す。その最大点が見つかったら,RANGE と GAIN を調整してメー タ指示値を dB 目盛りの右端 (0 dB) に合わせる。
- 4) 反射板をアンテナから遠ざかる方向に2 mm 毎に移動させ、それぞれの場所での定在波増幅器の指示値 (dB値)を読み取って記録する。移動距離は20 cm~30 cm(計50点)とする。また、同時にその間に現れる極大および極小の指示値およびそのときの距離(0.1 mm 単位)を読み取って記録する。(別々に測定するとずれが生じる場合があるので注意!)

3.4.2 課題

- 1) 反射板位置に対する定在波パワー強度 P の変化を図示し,評価考察せよ。
- 2) その変化曲線における極大間および極小間から求めた変動周期の平均値と標準偏差を求め、測 定精度を評価せよ。
- 3) 2) で求めた値の2倍が自由空間波長の測定値と推定誤差となる。それらを求め、さらに実験 1の周波数測定の結果から推定した自由空間波長と比較し、測定精度を考察せよ。
- 4) 自由空間波長と導波管内の波長との違いについて考察せよ。(ヒント:波長の違いが生じる原因、位相速度とエネルギー伝搬速度の違い等について考察する。)

3.5 実験5:受信アンテナの指向性の測定

アンテナの指向性とは、受信または送信特性の角度依存性のことである。どの方向からの電波を よく受信するか、またはどの方向に電波をよく放射するかといったパラメータである。ここではま ず、受信アンテナの指向性を測定する。

3.5.1 実験方法

機器構成を図3.8に示す。



- 送信アンテナ(J)正面の開口面間隔100 cmのところに受信アンテナ(K)をセットする。定在 波測定器(F)に繋がれていた同軸ケーブルを外し受信アンテナに接続する。これで、定在波 増幅器(G)を受信機とみなし受信アンテナで受けた信号パワー強度を測定する。電波吸収ブ ロック(M)は、前と同様に不要反射波による妨害を防ぐために適宜配置する。
- 2) 定在波増幅器(G)のメータの振れをモニターしながら受信アンテナ(K)の角度や基台位置を 調節する。受信用ホーンアンテナの方向指示針を0°に固定し、メータの振れが最大になるように基台ごと動かして調整を行う。すなわち、最大強度(右振れが最大)のところでアンテナ 方向指示針が0°になるようセットする。併せて、そのときの定在波増幅器のメータ指示値を RANGEやGAINを調整して0dBに設定する。
- 3) 受信アンテナの角度を -90° から +90° まで 5° 刻みで変化させ,そのときの定在波増幅器の 指示値 P を記録する。受信強度が小さくなり指示計目盛の範囲を外れてしまった場合には, RANGE を切り替える。ただし,P の値にはこの RANGE 切り替え量 (10 dB) も加減してお くこと。測定で注意するのは,受信アンテナの基台は動かしてはならない点である。

3.5.2 課題

- 1) 受信パワー P の変化をアンテナ角度に対してプロットし,その特性を考察せよ。丸型グラフ 用紙で極座標表示とせよ。
- 2) 受信パワーがその最大から 3dB 低下するところの角度幅 (半値角;ビーム幅, §1.7,17 ページに参照)を求めよ。

3.6 実験6:送信アンテナの指向性の測定

次に、送信アンテナの指向性を測定する。

3.6.1 実験方法

機器構成は前の実験と全く同じである。実験装置の関係上、送信アンテナの角度を変えることが

できないので、図3.9のように受信アンテナの位置を変えることで同じ効果を作り出す。

- 1) まず,送信アンテナ(J)の正面のアンテナ開口面間隔100 cmのところに受信アンテナ(K)を 置き,最大パワーを受信するよう受信アンテナの角度を調整する。そして,そのときの定在 波増幅器のメータ指示を0dBに設定する。
- 2) 次に、受信アンテナ(K)を基台ごと Y 軸方向に 5 cm ずつ移動させ、それぞれの位置での最 大受信パワー P を測定する。移動する距離は ±Y 方向に可能な範囲 (-20~40 cm) すべて行 うこと。



3.6.2 課題

1) 受信アンテナの Y 軸方向移動距離を y とすると,

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}, \qquad x = D_0 + 2d_A$$
 (3.8)

によって,送信アンテナの中心から受信アンテナの中心をみた角度 θ が得られる。この θ に 対する P の変化を,(実験 5 の結果とは別の)新たな丸型グラフ用紙にプロットせよ。また, 実験 5 で測定した受信アンテナの指向性 (-20° ~ +20°) も重ねてプロットし,2 つの測定結 果について考察せよ。なお,本実験では $D_0 = 100$ cm, $d_A = 15$ cm である。

- 2) 1) の結果は,送信アンテナと受信アンテナの指向性が一致することを示しているはずである。 このことは相反定理(可逆性)に関係している。この相反定理の意味を述べ考察せよ。
- 3)この実験で用いたホーンアンテナは、主ビームがかなり狭く指向性アンテナの範疇に入る。 一方、アンテナには無指向性アンテナと呼ばれるものもある。「指向性アンテナ」、「無指向性 アンテナ」の例を挙げ、それらが必要とされる理由、また使用されている事例を調査し考察 せよ。

3.7 実験7:アンテナ開口幅と指向性に関する測定

アンテナ開口幅がアンテナの指向性にどう影響するかを実験によって測定し確認する。

3.7.1 実験方法

機器構成は実験5,6と同じである(図3.10)。

- 送信アンテナ(J)正面の開口面間隔100 cmのところに受信アンテナ(K)をセットし、最大パワーを受信するようアンテナ角度を調整する。そのときの定在波増幅器(G)のメータ指示を0dBにセットする。以後、定在波増幅器のGAINは動かしてはならない。
- 2) 受信アンテナの開口部にスリット幅 3 cm ($\simeq \lambda_0$)のマスクを取り付け,実験 5 と同様の手続き で指向性を測定する。測定で注意するのは,角度 0 度のときに定在波増幅器の GAIN は動か してはならない点である。
- 3) 次に、スリット幅1 cm (< λ_0) のマスクを装着し、2) と同様に指向性を測定する。



3.7.2 課題

- 1) 実験5 で求めた全開口 (マスクをつけない状態) での指向性図に、マスク装着時の指向性 (3 cm 幅, 1 cm 幅) を重ねてプロットし、それらの違いを検討せよ。それぞれの半値角 (ビーム幅) を求めよ。
- 2) マスクをつけたときに指向特性が変化する理由を説明せよ (回折,ホイヘンスの原理で)。

3.8 実験8:アンテナ相対利得の測定

実験6で測定したアンテナ指向性は、アンテナからの電力がある特定の方向に集中しているこ とを示している。その最大放射方向での電力を基準アンテナのそれと比較した値は電力利得と呼 ばれている。一般的には、基準アンテナとして等方向性アンテナを選んだ場合を絶対利得、半波長 ダイポールアンテナを選んだ場合を相対利得という。

本実験では、導波管開口を基準として送信用ホーンアンテナの相対利得を求める。

3.8.1 実験方法

機器構成は前の実験7の状態からマスクを取り去ったもので、実験5や6と同じである(図3.11)。

- 1) 送信アンテナ (J) 正面の開口面間隔 100 cm のところに受信アンテナ (K) をセットし, 最大パ ワーを受信するようアンテナ角度を設定し, 固定する。
- 2) 定在波増幅器 (G) のメータ指示を 0 dB にセットする。
- 3) 次に、送信アンテナ(J) を取り外し、導波管開口とする。
- 4) そのときの受信パワーを定在波増幅器のメータ指示から読み取る。



3.8.2 課題

- 1) ホーンアンテナを外した状態 (導波管開口) を基準アンテナとすれば、ホーンアンテナを付け たときと外したときの強度差が、ホーンアンテナの相対利得になる。導波管開口を基準とし たホーンアンテナの相対利得 G を求めよ。
- 2) 3.3.4の2) で求めた導波管開口の反射損失を用いて,前項1)の利得を補正せよ。

参考図書

「電波工学」, コロナ社, 1995. 長谷部 望著 三輪 進 著 「高周波の基礎」,東京電機大学出版局,2001. 「マイクロ波・ミリ波工学」, コロナ社, 1986. 内藤 喜之 著 「現代電磁波工学」,オーム社,1985. 雨宮 好文 著 「空中線系と電波伝搬」, 第2版. CQ出版社, 1989. 奥澤 隆志 著 「応用電磁波工学」,近代科学社,1992. 山下 栄吉 著 早川 正士 著 「波動工学」, コロナ社, 1992. R. E. Collin 著 [Foundations for Microwave Engineering], 2nd ed. McGraw-Hill, 1992.

[以上]

著作責任: 萓野 良樹 ykayano@uec.ac.jp 小島 年春 Kojima.Toshiharu@uec.ac.jp 冨澤 一郎 itomizawa@uec.ac.jp 電気通信大学 情報・通信工学科